Representación de datos numéricos

Representación de datos numéricos

- Enteros
  - Sin signo (SS)
  - Signo Magnitud (SM)
  - Complemento a 2 (C2)
  - Exceso
- Fraccionarios:
  - Punto Fijo
  - Punto Flotante

Números fraccionarios y decimales

- Los **números fraccionarios** son aquellos racionales que no son enteros, y **se escriben como una fracción** o cociente de dos enteros.
- Cuando se representan como decimales, la parte decimal puede ser **finita o infinita periódica** (que se repite).

Números fraccionarios y decimales

- Por ejemplo $0,75$ también puede escribirse como $\frac{3}{4}$.
- Por ejemplo $0,\overline{3}$ también puede escribirse como $\frac{1}{3}$.

Números irracionales

- Por otro lado, existen números reales que no son racionales (no existe una fracción entre enteros que los represente) pero tienen una representación decimal **no periódica e infinita**.

Números irracionales

- Por ejemplo $\sqrt{2}$ no puede escribirse como una fracción de enteros, pero si como
  1,414213562373095048801688724209698
  07856967187537694807317667973799073
  24784621070388503875343276415727350
  13846230912297024924836055850737212
  64412149709993583141322266592750559
  27557999505011527820605714701095599

Conversión de binario a decimal

- Usando la **Expresión General Extendida**: La coma (o punto decimal) señala el lugar donde los exponentes de la base de la expresión general se hacen negativos.

Expresión General Extendida

Ejemplos:

- $3{,}14_{(10)} =$
  $3 \times 10^{0} + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} = 3{,}14_{(10)}$

- $10{,}01_{(2)} =$
  $1 \times 2^{1} + 0 \times 2^{0} + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 2{,}25_{(10)}$

Conversión de binario a decimal

- Por ejemplo: convertir el número 11,101

Conversión de binario a decimal

- Por ejemplo: convertir el número 11,101
- $2 + 1 + 0{,}5 + 0 + 0{,}125 = 3{,}625$

Conversión de decimal a binario

- Se separan la parte entera y la parte fraccionaria.
- Se convierte la parte entera a binario.

Conversión de decimal a binario (cont.)

- La parte fraccionaria se multiplica por 2 y se toma la parte entera del resultado. Este dígito binario se agrega al resultado final.
- Se repite el paso anterior con la nueva parte fraccionaria obtenida, hasta que ésta sea 0, o hasta lograr la precisión deseada.

Conversión de decimal a binario

- Ejemplo: Convertir el número 3,625 a base 2.
- Separamos parte entera (3) y parte fraccionaria (0.625).
- La parte entera se convierte a base 2 como entero sin signo dando 11.

Conversión de decimal a binario

- La parte fraccionaria se multiplica por 2 y guardamos la parte entera del resultado. $0{,}625 \times 2 = 1{,}25$ (guardamos el 1).

Conversión de decimal a binario

- La parte fraccionaria se multiplica por 2 y guardamos la parte entera del resultado. $0{,}625 \times 2 = 1{,}25$ (guardamos el 1).
- Volvemos a multiplicar por 2 la parte fraccionaria recién obtenida, y guardamos la parte entera, $0{,}25 \times 2 = 0{,}5$ (guardamos el 0).

Conversión de decimal a binario

- Tomamos la parte fraccionaria y volvemos a multiplicar por 2, $0{,}5 \times 2 = 1{,}0$ (guardamos el 1). Aquí el procedimiento finaliza porque la parte fraccionaria encontrada es 0.

Representación de fraccionarios

- ¿Cómo podemos representar estos números en la computadora?
- ¿Cómo definirían un sistema de representación para números con decimales?

Representación de punto fijo

- Se define una cantidad fija de bits para la parte entera y para la parte fraccionaria.
- La computadora puede tratar aritméticamente estos números como si fueran enteros.

Conversión de decimal a Punto Fijo (n,k)

- Obtener su parte entera y su parte fraccionaria, y expresar cada una de ellas en la cantidad de bits adecuada a la notación.
- Atenti si es negativo!
- Si es negativo, convertimos el positivo y complementamos a 2 (ignorando el punto).

Conversión de decimal a Punto Fijo (n,k)

- Ejemplo: Expresar 1,25 en PF(8,3)

Conversión de decimal a Punto Fijo (n,k)

- Ejemplo: Expresar 1,25 en PF(8,3)
- 1,01 que pasa a ser: 00001010

Conversión de decimal a Punto Fijo *(n,m)*: Ejemplo

Representar $-7,33$ en Punto Fijo *(8,4)*:

Conversión de decimal a Punto Fijo *(n,m)*: Ejemplo

Representar $-7,33$ en Punto Fijo *(8,4)*:

1. $7,33_{(10)} \simeq$

Conversión de decimal a Punto Fijo (n,m): Ejemplo

Representar $-7,33$ en Punto Fijo *(8,4)*:

1. $7,33_{(10)} \simeq 111{,}0101_{(2)}$

Conversión de decimal a Punto Fijo *(n,m)*: Ejemplo

Representar $-7,33$ en Punto Fijo *(8,4)*:

1. $7,33_{(10)} \simeq 111{,}0101_{(2)}$
2. Expresamos el número en 4**b** para la para la parte entera, y 4**b** para la parte fraccionaria: 01110101

Conversión de decimal a Punto Fijo *(n,m)*: Ejemplo

Representar $-7,33$ en Punto Fijo *(8,4)*:

1. $7,33_{(10)} \simeq 111{,}0101_{(2)}$
2. Expresamos el número en 4**b** para la para la parte entera, y 4**b** para la parte fraccionaria: 01110101
3. Como el número es negativo, aplicamos la operación de *C2*: $C2(01110101) = 10001011 \simeq -7,33_{(10)}$

Representación de punto fijo

- Adecuada para problemas con datos de **magnitudes y precisiones similares**.
- Sistemas donde es importante la **velocidad de cómputo** (juegos).
- Sistemas de tiempo real. Sistemas empotrados o embebidos con procesadores de recursos limitados.

Truncamiento

- ¿Qué pasa si **no es suficiente** la cantidad de bits que tenemos para la parte fraccionaria?

Truncamiento

- ¿Qué pasa si **no es suficiente** la cantidad de bits que tenemos para la parte fraccionaria?
- ¿Es realmente $1000\,1011 = -7,33_{(10)}$ con *PF(8,4)*?
- **El número almacenado será una aproximación al número original.**

Error por truncamiento

- Si quisiéramos conocer de **cuánto** es ese error, deberíamos calcular la diferencia entre el número que queremos representar, y el número representado por la computadora.

Representación de fraccionarios

- ¿Qué pasa si tenemos magnitudes muy diferentes?

Representación de fraccionarios

- ¿Qué pasa si tenemos magnitudes muy diferentes?
- Por ejemplo, si se necesita calcular el tiempo en que la luz recorre una millonésima de milímetro, la fórmula relacionará la velocidad de la luz en m/s (unos 300.000.000 m/s) con el tamaño en metros de un nanómetro (0.000000001 m).

Notación Científica

- Los números se expresan en una forma estandarizada que consiste de una mantisa multiplicada por una potencia de 10: $mantisa \times 10^x$

Notación Científica

- velocidad de la luz $\simeq$ 300.000.000 m/s
- un nanómetro: 0.000000001 m

$$d = 1 \times 10^{-9} m$$
$$v = 3 \times 10^{8} \frac{m}{s}$$

Notación Científica

$$d = 1 \times 10^{-9} m$$
$$v = 3 \times 10^{8} \frac{m}{s}$$

$$t = \frac{d}{v}$$

Notación Científica

$$\begin{aligned} d =& 1 \times 10^{-9} m \\ v =& 3 \times 10^{8} \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1 \times 10^{-9} m}{3 \times 10^{8} \frac{m}{s}}$$

Notación Científica

$$d = 1 \times 10^{-9} m$$
$$v = 3 \times 10^{8} \frac{m}{s}$$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1 \times 10^{-9} m}{3 \times 10^{8} \frac{m}{s}}$$
$$= \left(\frac{1}{3} \times 10^{-9-8} s\right) = \; 0,\overline{3} \times 10^{-17} s$$

Notación Científica Normalizada

- En base 10, la parte entera de la mantisa debe ser un valor mayor o igual que 1 y menor que 10.

Notación Científica Normalizada

- En base 10, la parte entera de la mantisa debe ser un valor mayor o igual que 1 y menor que 10.
- $t = 0,333 \times 10^{-17}s = 3,33 \times 10^{-18}s$

Representación en Punto Flotante

MiniFloat

- Se utiliza 1**b** para el signo.
- Se utilizan 4**b** para el exponente.
- Se utilizan 3**b** para la mantisa.

Conversión de decimal a punto flotante

1. Separar el signo y escribir el valor absoluto de n en base 2.
2. Escribir el resultado en notación científica normalizada.
3. Expresar el exponente obtenido en el paso anterior, en exceso.
4. El coeficiente calculado se guarda sin su parte entera en la parte de mantisa.

Conversión de decimal a punto flotante

Ejemplo: Expresar el decimal $-5,5$ en *MiniFloat*.

- Necesitamos averiguar s, e y m.

Conversión de decimal a punto flotante

Ejemplo: Expresar el decimal $-5,5$ en *MiniFloat*.

- Necesitamos averiguar s, e y m.
- n es negativo, luego $s = 1$.

Conversión de decimal a punto flotante

Ejemplo: Expresar el decimal $-5,5$ en *MiniFloat*.

- Necesitamos averiguar s, e y m.
- n es negativo, luego $s = 1$.
- El valor absoluto en binario es: $101,1$.

Conversión de decimal a punto flotante

Ejemplo: Expresar el decimal $-5,5$ en *MiniFloat*.

- Necesitamos averiguar s, e y m.
- n es negativo, luego $s = 1$.
- El valor absoluto en binario es: $101,1$.
- Normalizado: $1,011 \times 2^2$ por lo que la mantisa es $m = 011$.

Conversión de decimal a punto flotante (cont.)

Ejemplo: Expresar el decimal $-5,5$ en *MiniFloat*.

- El exponente se representa en exceso a 7: $e = 2 + 7 = 9 = 1001_2$

Conversión de decimal a punto flotante (cont.)

Ejemplo: Expresar el decimal $-5,5$ en *MiniFloat*.

- El exponente se representa en exceso a 7: $e = 2 + 7 = 9 = 1001_2$
- Resultado Final: 1100 1011. En hexadecimal **CB**.

Conversión de punto flotante a decimal

Ejemplo: ¿Qué número esta representado en el *MiniFloat* **5C**?

- Necesitamos averiguar s, e y m.

Conversión de punto flotante a decimal

Ejemplo: ¿Qué número esta representado en el *MiniFloat* **5C**?

- Necesitamos averiguar s, e y m.
- Convertimos el hexadecimal a binario: $\texttt{5C}_{(16)} = 0101\,1100$.

Conversión de punto flotante a decimal

Ejemplo: ¿Qué número esta representado en el *MiniFloat* **5C**?

- Necesitamos averiguar s, e y m.
- Convertimos el hexadecimal a binario: $\texttt{5C}_{(16)} = 0101\,1100$.
- Recuperando los valores:$s = 0$, $e = 1011_{(2)} = 11_{(10)}$, $m = 0{,}100$.

Conversión de punto flotante a decimal

- Recuperando los valores:$s = 0$, $e = 1011_{(2)} = 11_{(10)}$, $m = 0{,}100$.
- Remplazamos los valores en la fórmula:

$$N = (-1)^s \times (1 + m)_{(2)} \times 2^{(e-7)}$$

Conversión de punto flotante a decimal

- Recuperando los valores:$s = 0$, $e = 1011_{(2)} = 11_{(10)}$, $m = 0{,}100$.
- Remplazamos los valores en la fórmula:

$$\begin{aligned} N &= (-1)^s \times (1+m)_{(2)} \times 2^{(e-7)} \\ &= (-1)^0 \times (1+0{,}100)_{(2)} \times 2^{(11_{(10)}-7)} \end{aligned}$$

Conversión de punto flotante a decimal

- Recuperando los valores:$s = 0$, $e = 1011_{(2)} = 11_{(10)}$, $m = 0{,}100$.
- Remplazamos los valores en la fórmula:

$$
\begin{aligned}
N &= (-1)^s \times (1 + m)_{(2)} \times 2^{(e-7)} \\
&= (-1)^0 \times (1 + 0{,}100)_{(2)} \times 2^{(11_{(10)}-7)} \\
&= (-1)^0 \times (1{,}100)_{(2)} \times 2^{(4_{(10)})}
\end{aligned}
$$

Conversión de punto flotante a decimal

$$
\begin{aligned}
N &= (-1)^s \times (1+m)_{(2)} \times 2^{(e-7)} \\
&= (-1)^0 \times (1+0{,}100)_{(2)} \times 2^{(11_{(10)}-7)} \\
&= (-1)^0 \times (1{,}100)_{(2)} \times 2^{(4_{(10)})} \\
&= 1 \times (11000{,}0)_{(2)} \\
&= 24_{(10)}
\end{aligned}
$$

Representación de datos numéricos

- Enteros
  - Sin signo (SS)
  - Signo Magnitud (SM)
  - Complemento a 2 (C2)
  - Exceso
- Fraccionarios:
  - Punto Fijo
  - Punto Flotante

¿Consultas?